



Concours STIC/GIC session 2017

Composition : Sciences industrielles

Durée : 3 Heures

NB : AUCUN DOCUMENT, ORDINATEUR, TELEPHONE, N'EST AUTORISÉ
LA CALCULATRICE EST PAR CONTRE AUTORISÉE

ETUDE D'UN DEGRILLEUR

Le sujet est composé de trois parties :

Partie I : analyse fonctionnel et étude des systèmes logiques

Partie II : étude mécanique du dégrilleur

Partie III : étude du moteur hydraulique

Le candidat devra rendre obligatoirement les documents réponse (DR)

Présentation et mise en situation d'un dégrilleur

L'eau qui alimente les centrales hydroélectriques de montagne provient d'une conduite forcée d'un barrage. L'eau collectée est souvent polluée par la présence de feuilles, branchages. Ces polluants peuvent entraîner une dégradation des pales de la turbine. Il est alors nécessaire d'installer une grille, en amont, pour filtrer l'eau. Se pose alors le problème de l'accumulation des déchets sur la grille.

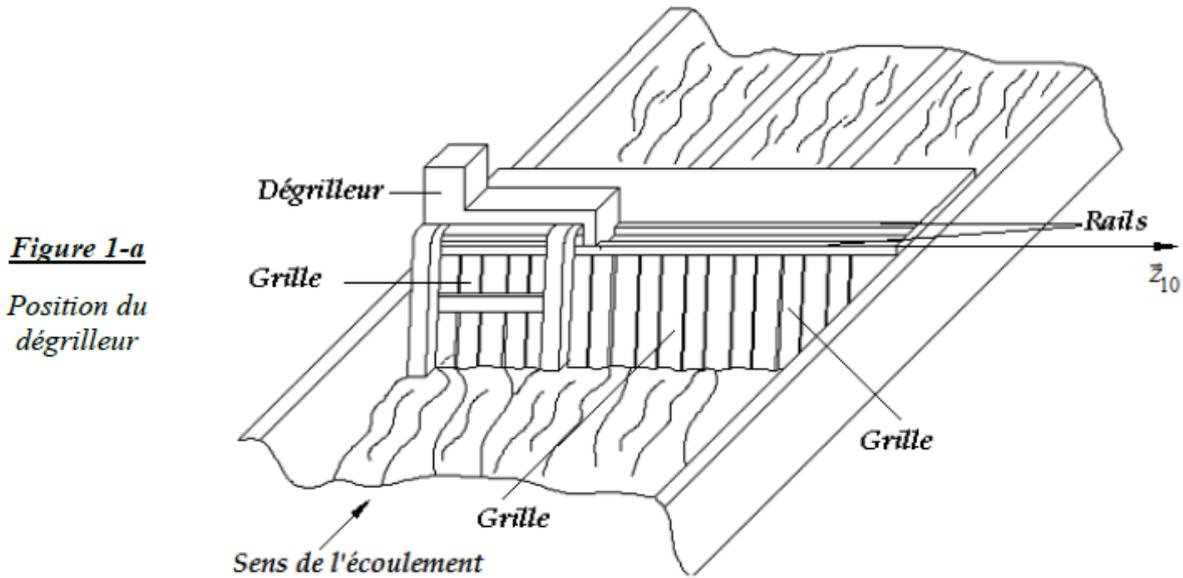


Figure 1-a

Position du dégrilleur

Toute obstruction (même partielle) de celle-ci réduit la vitesse de l'écoulement de l'eau et fait chuter le rendement de l'installation.

Le dégrilleur étudié dans ce sujet a pour fonction de : *Nettoyer périodiquement la grille.*

Description du dégrilleur

Figure 1-b

Le dégrilleur est constitué par :

* Un châssis mécano-soudé (10) pouvant translater le long de la direction \vec{z}_{10} grâce à un moteur hydraulique et un système pignon-crémaillère.

* Un bras de guidage (4) : il est en liaison pivot avec le châssis (10) au point O_1 . Son mouvement est commandé par le vérin (8).

* Un godet (5) : il est en liaison glissière avec le bras (4) par l'intermédiaire de galets et glisse sur la grille grâce à un moteur et système pignon-chaîne.

* Une trémie : elle récupère les déchets qui seront évacués par un tapis roulant.

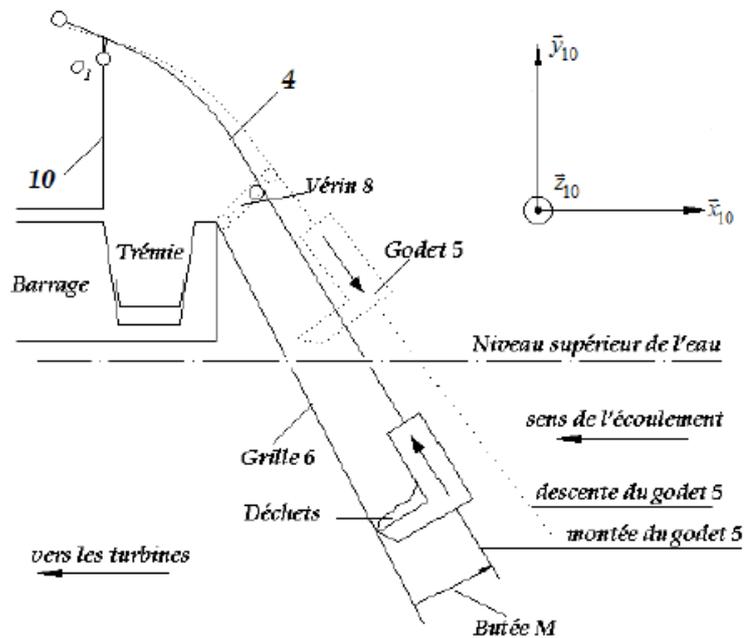


Figure 1-b : Schéma d'implantation

Fonctionnement

Figure 2-a : Position repos :

- Le godet est en position haute. Le bras 4 est en butée au point M

Figure 2-b : Position de descente du godet :

- L'action du vérin (8) sur (4) provoque la rotation de 4 autour de O_1 , jusqu'à la position de fin de sortie du vérin (8).

Figure 2-a

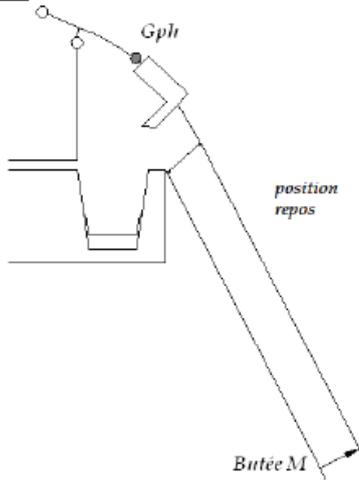


Figure 2-b

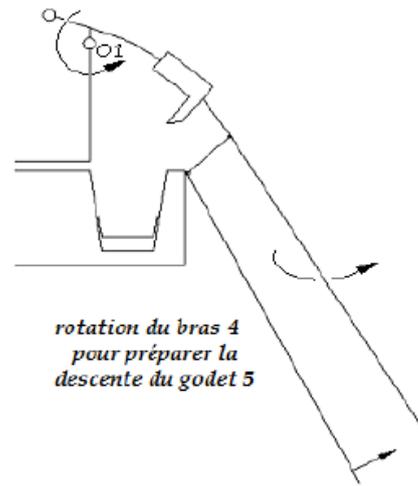


Figure 2-c : Descente du godet

- Un moteur hydraulique commande la descente du godet par l'intermédiaire d'un système pignon chaîne (il n'y a pas de contact entre la grille et le godet pendant la descente).

Figure 2-d :

- Le vérin 8 exerce un effort sur le bras 4 servant à le plaquer sur la butée M.

Figure 2-c

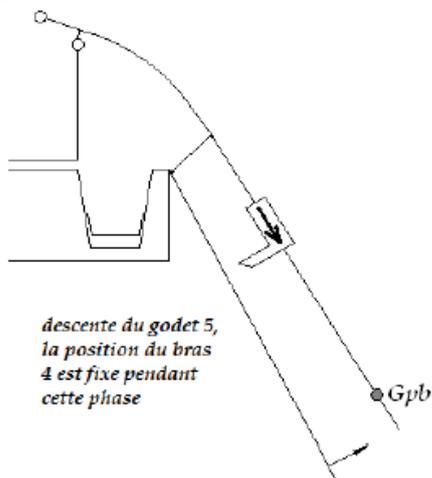


Figure 2-d

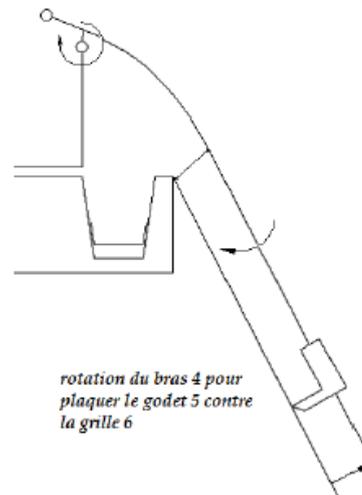
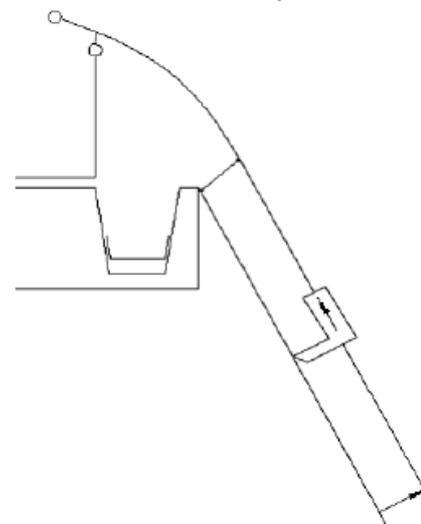


Figure 2-e : Nettoyage de la grille

- Le godet, au cours de la montée, racle la grille 6 et évacue en fin de course les déchets dans la trémie.

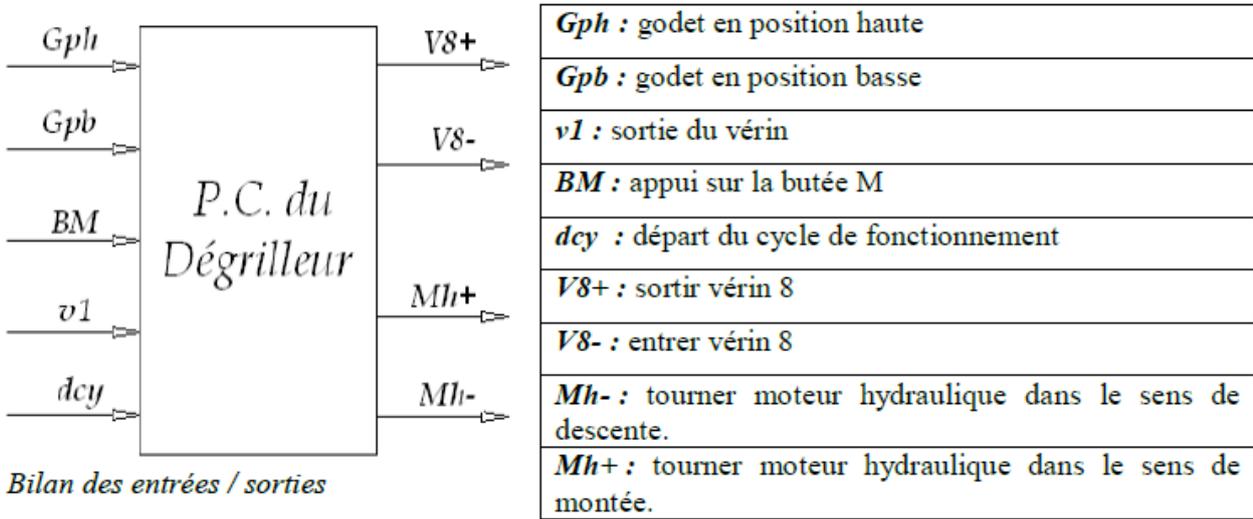
Lorsque le godet atteint la position *Gph* : (godet en position haute) il doit attendre 60 secondes pour l'évacuation des déchets dans la trémie.



Partie I°- Analyse fonctionnelle et étude de systèmes logiques :

Question 1-1 : Compléter sur le document réponse DR1 le diagramme FAST partiel de la fonction de service FS1 : NETTOYER PERIODIQUEMENT LA GRILLE

Question 1-2 : Pour une position donnée du châssis (10) et en utilisant le bilan des entrées/sorties, défini ci-dessous, modéliser le fonctionnement du dégrilleur à l'aide d'un grafcet.



Bilan des entrées / sorties

Etude de la roue codeuse :

La position du dégrilleur le long de la direction \vec{z}_{10} est mesurée par une roue codeuse.

Une roue codeuse est une roue équipée d'un dispositif permettant de contrôler finement sa rotation. Des pistes électriques en tournant reproduisent un code permettant de mesurer l'angle de rotation de la roue. Des contacts placés sur ces pistes permettent de générer des signaux binaires. Dans le cas qui nous intéresse, les contacts sont branchés directement sur la partie commande.

Afin de contrôler chaque 1/10 de tour, un ensemble de détecteurs lit 4 pistes angulaires adjacentes situées sur un disque, de 10 secteurs, lié à l'arbre moteur.

On cherche à réaliser un transcodeur permettant le passage du code $E = (e_1, e_2, e_3, e_4)$ délivré par la roue codeuse au code Gray (binaire réfléchi).

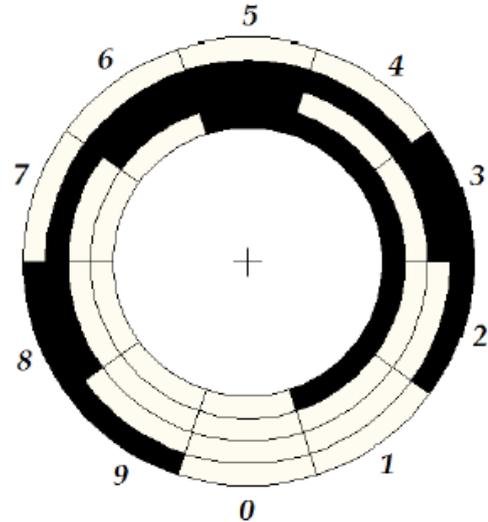


Schéma de la roue codeuse

Piste (i) noire $\Rightarrow e_i = 1$

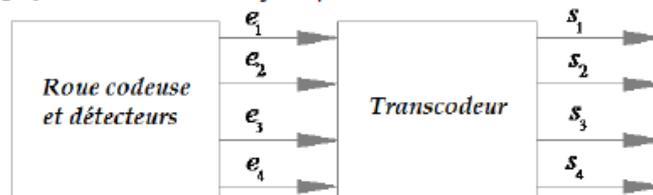
Piste (i) blanche $\Rightarrow e_i = 0$

Question 1-3 : sur le document réponse DR2

Compléter la table de vérité.

Compléter les tableaux de Karnaugh des sorties s_3 et s_4 .

Donner les équations simplifiées des sorties s_3 et s_4 .



Partie II°- Etude mécanique du dégrilleur :

Etude dynamique du dégrilleur :

On se met dans la situation la plus contraignante pour le vérin (8), à savoir dé-plaquer le godet (5) (chargé et en position basse) de la grille (6). La **figure 3** représente le schéma cinématique du dégrilleur dans une situation. Le support (10) est fixe. La liaison glissière entre le godet (5) et le bras (4) est bloquée, en position basse.

Dimensionnement du vérin 8

* $R_{10}(O_1; \bar{x}_{10}, \bar{y}_{10}, \bar{z}_{10})$ = repère lié au support (10), supposé galiléen.

* (O_1, \bar{z}_{10}) = axe de la liaison pivot parfaite entre le support (10) et le bras (4).

* L'action du vérin (8) monté entre (10) et (4) est modélisée par un glisseur en D ;

$$\vec{R}(8 \rightarrow 4) = F \cdot \vec{y}_8$$

$$\overline{O_1 G_5} = -y_5 \cdot \vec{y}_4 - x_5 \cdot \vec{x}_4 ; \quad \overline{O_1 G_4} = -y_4 \cdot \vec{y}_4 ;$$

$$\overline{CD} = \lambda \cdot \vec{y}_8 ; \quad \overline{O_1 D} = -\mu \cdot \vec{y}_4 ;$$

* I_4 : le moment d'inertie de (4) par rapport à l'axe (O_1, \bar{z}_{10}) . m_4 masse du bras (4).

* I_5 : le moment d'inertie de (5) par rapport à l'axe (G_5, \bar{z}_{10}) . m_5 : la masse du godet (5).

* L'action de l'eau sur le bras (4) due au courant est modélisée par un glisseur $\vec{F}(Eau \rightarrow 4) = -F_p \cdot \vec{x}_4$ appliqué au point P avec $\overline{O_1 P} = -y_p \cdot \vec{y}_4$

* L'accélération de la pesanteur $\vec{g} = -g \cdot \vec{y}_{10}$.

Question 2-1 : Déterminer l'expression de la projection sur \bar{z}_{10} du moment dynamique en O_1 de l'ensemble $S = \{4, 5\}$ par rapport au châssis (10).

Question 2-2 : Par application du théorème du moment dynamique, déterminer l'expression littérale de l'effort F que devra fournir le vérin (8) sur l'ensemble $S = \{4, 5\}$ en fonction de F_p , des caractéristiques d'inertie, des paramètres géométriques, de l'angle (ψ) et de ses dérivées.

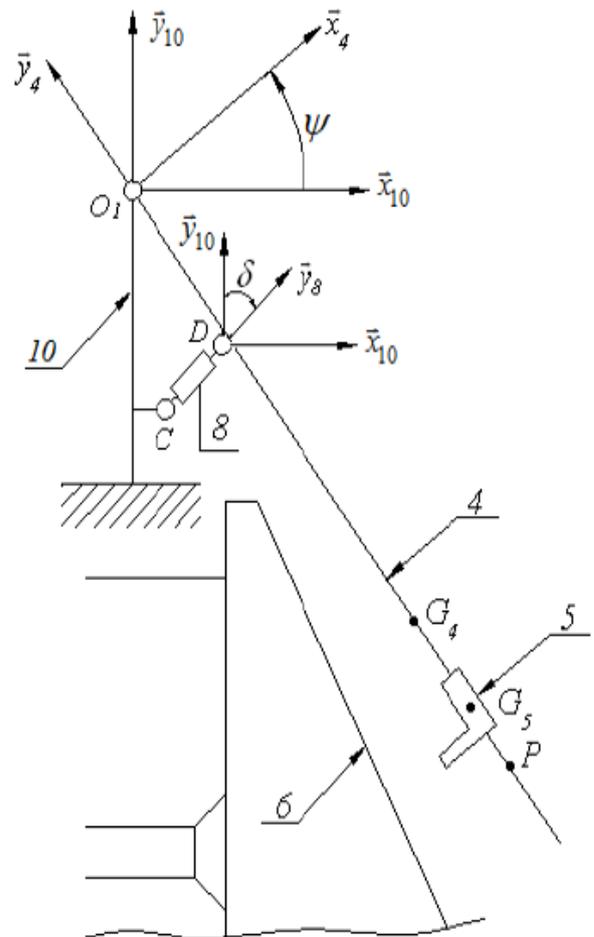
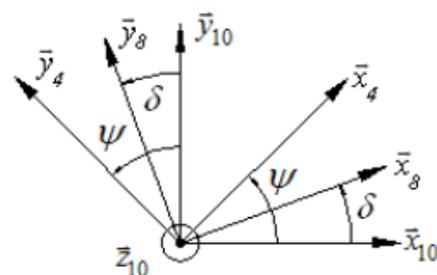


Figure 3



Dimensionnement du moteur hydraulique 15 :

La **figure 4** représente le schéma cinématique du dégrilleur dans la configuration correspondante à la phase de nettoyage de la grille (6). Un moteur hydraulique (15) commande la montée du godet (5) par rapport au bras (4) par l'intermédiaire des pignons (9), (11) et la chaîne (3) (voir **figure 5**).

Hypothèses :

- Le bras (4) est considéré fixe par rapport à 0 dans cette phase de mouvement. $\psi = \text{constante}$
- Le repère $R_4(O_{11}; \vec{x}_4, \vec{y}_4, \vec{z}_{10})$ est supposé *galiléen*.
- Pas de glissement entre la chaîne (3) et les pignons (9) et (11) .
- Aucun mouvement entre les déchets et le godet (5).
- L'**équilibrage dynamique** des solides en rotation est parfaitement réalisé.
- Le galet (12) roule sans glisser sur 0 en J . Le contact est supposé avec frottement.

Figure 4

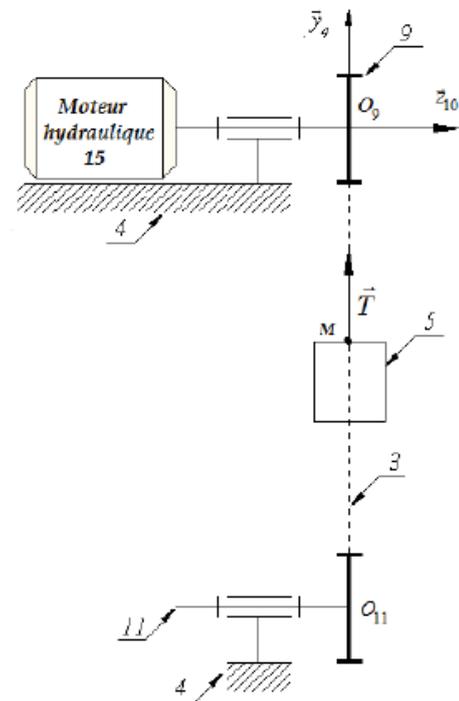
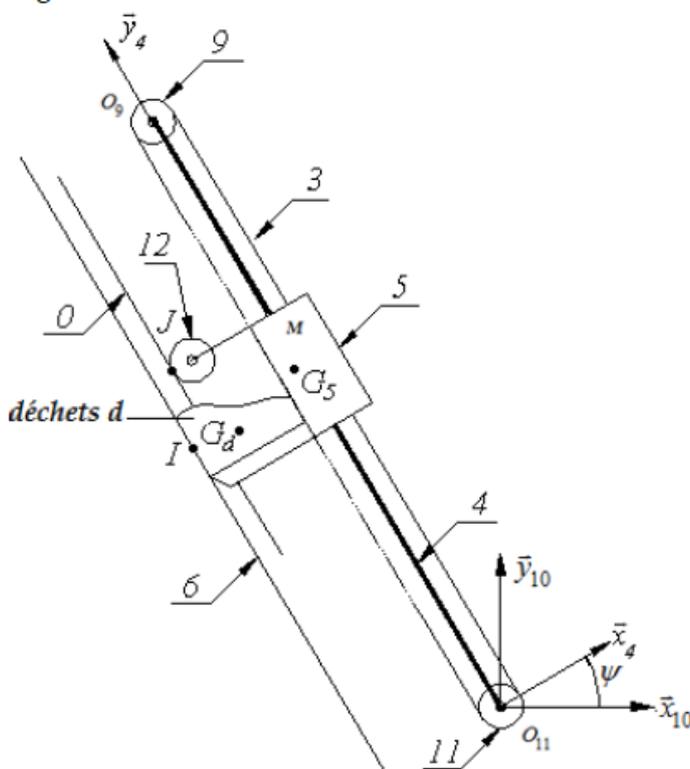


Figure 5

Données :

- I_{12} : Moment d'inertie du galet 12 par rapport à l'axe (O_{12}, \vec{z}_{10}) . m_{12} : Sa masse. O_{12} son centre d'inertie. r : Son rayon
- Les roues 9 et 11 sont identiques, de rayons R , de moment d'inertie par rapport à leurs axes de rotation est $I = I_9 = I_{11}$.
- Le godet (5), de masse m_5 , est en liaison glissière parfaite avec le bras (4) de direction \vec{y}_4 (le paramètre du mouvement de translation est y , $\overline{O_{11}G_5} = -x_5 \cdot \vec{x}_4 + y \cdot \vec{y}_4$).
- La masse de la chaîne (3) est négligeable.
- La liaison 9/4 est pivot parfaite d'axe (O_9, \vec{z}_{10}) . On donne $\vec{\Omega}_{9/4} = \omega_m \cdot \vec{z}_{10}$.

- La liaison 11/4 est pivot parfaite d'axe (O_{11}, \vec{z}_{10}) . On donne $\vec{\Omega}_{11/4} = \omega_{11} \cdot \vec{z}_{10}$.
- La liaison 12/5 est pivot parfaite d'axe (O_{12}, \vec{z}_{10}) . On donne $\vec{\Omega}_{12/5} = \omega_{12} \cdot \vec{z}_{10}$.
- Les déchets sont assimilés à un solide indéformable (d) de masse m_d et de centre d'inertie G_d .
- L'accélération de la pesanteur $\vec{g} = -g \cdot \vec{y}_{10}$.

- L'action du moteur (15) sur le pignon (9) est représentée par le torseur $\{T_{moteur} \rightarrow 9\} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{0} \\ C_m \cdot \vec{z}_{10} \end{array} \right\}_{O_9}$.

- L'action de la chaîne (3) sur le godet (5) est représentée par le torseur $\{T_3 \rightarrow 5\} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{T} = T \cdot \vec{y}_4 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_M$.

Question 2-3 : En exprimant la condition de non glissement en J , déterminer la relation entre ω_{12} , r et y , en déduire la relation entre ω_{12} et ω_m . Voir Figure 6.

Question 2-4 : Déterminer l'énergie cinétique de l'ensemble $\Sigma = \{9, 3, 5, d, 11, 12\}$ dans son mouvement par rapport au bras (4), en déduire J_{eq} , le moment d'inertie équivalent ramené à l'axe moteur.

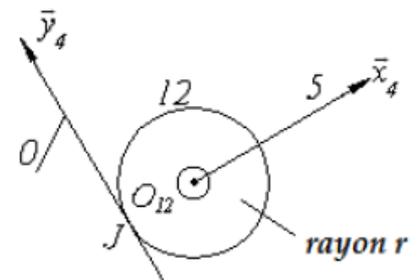


Figure 6

Le contact déchets / grille est supposé, avec frottement. Soit T_{6d} la résultante des actions tangentielles dues aux frottements entre la grille et les déchets (cette action est supposée connue). On note $m_E = m_5 + m_d + m_{12}$

Question 2-5 : Par application du théorème de l'énergie cinétique à l'ensemble Σ dans son mouvement par rapport au bras (4) déterminer l'expression du couple moteur C_m en fonction de ω_m , J_{eq} , T_{6d} , m_E , g , R et ψ .

On suppose que l'action due au frottement entre 0 et la roue 12 est négligée.

On donne f le coefficient de frottement entre la grille et les déchets.

Question 2-6 : Par application du théorème de la résultante dynamique à l'ensemble $E = \{5, d, 12\}$ en projection sur \vec{y}_4 , déterminer l'expression de N_{6d} l'action normale du contact des déchets avec la grille. Voir figure 7.

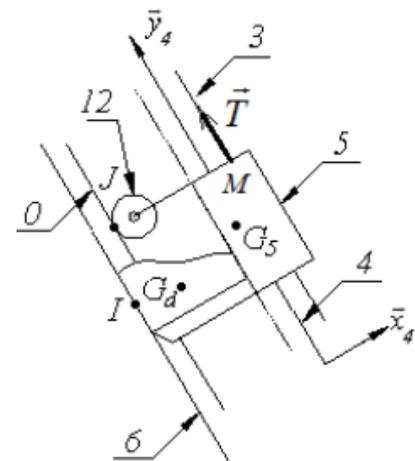


Figure 7

Partie III°- Etude du moteur hydraulique 15 :

Présentation du moteur hydraulique MS 05 : figure 8 et figure 9

Les applications des moteurs hydrauliques sont extrêmement variées, les plus traditionnelles se situent dans les secteurs des travaux publics, de l'agriculture, de la manutention. Les moteurs hydrauliques sont également utilisés dans une grande variété de machines industrielles.

L'association de la transmission hydraulique et de la régulation électronique a permis d'associer puissance et précision.

Description succincte du moteur hydraulique MS 05 :

Les moteurs hydrauliques à pistons radiaux sont composés de huit pistons disposés en étoile dans un bloc-cylindres. L'ensemble arbre de sortie, arbre de frein et bloc-cylindres (1) est animé d'un mouvement de rotation par rapport à l'ensemble carter-came (stator).

Les pistons sont maintenus en contact sur la partie centrale du stator par le fluide sous pression.

La partie centrale de l'ensemble carter-came est une came constituée de 6 lobes identiques.

Un distributeur assure l'admission le refoulement du fluide. Le contact entre piston(3) et came(0) se fait par l'intermédiaire d'un galet cylindrique (2), en contact linéique direct avec la came (0) et en liaison pivot glissant avec un piston(3) par un demi-palier lisse.

Le mécanisme à came fixe transforme la translation des pistons(3) par rapport au bloc-cylindres(1) en rotation de ce même bloc-cylindres(1) par rapport au carter-came(0).

Etude cinématique :

Données : Définition des repères : voir figure 10

$R_0(O_0; \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ Repère galiléen lié au carter-came(0).

$R_1(O_0; \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ Repère lié à l'arbre de sortie et au bloc-cylindres(1).

$R_2(G_2; \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ Repère associé à la définition du contact en I.

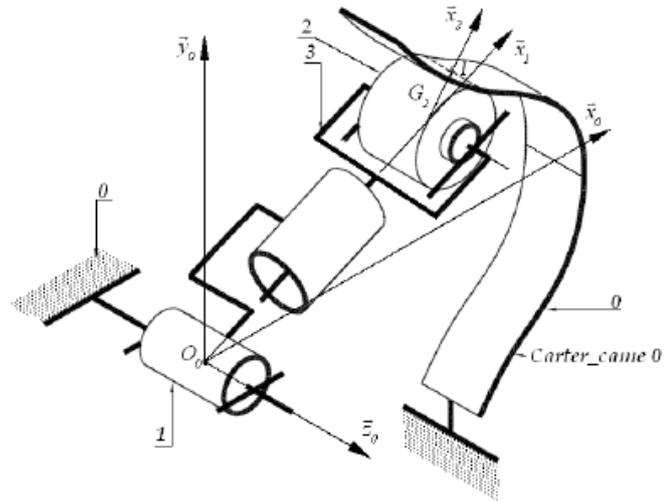


Figure 8

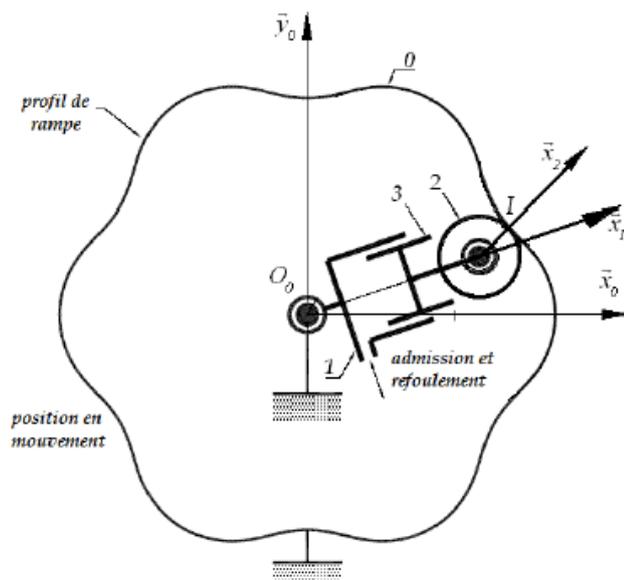
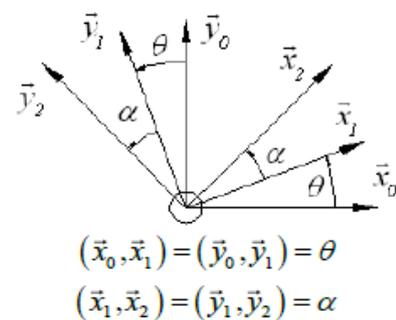


Figure 9



Définition des paramètres géométriques :

$$\overline{O_0G_2} = \rho \vec{x}_1 ; \overline{G_2I} = R \vec{x}_2 ; \overline{G_2B} = a \vec{x}_2 ; \overline{O_0B} = L \vec{x}_f$$

Le domaine d'étude mécanique pour lequel I appartient à l'arc JK, est défini par $\theta \in [\theta_i = 19,9^\circ; \theta_f = 30^\circ]$.

θ_i : Position initiale de la phase de mouvement étudié.

θ_f : Position finale de la phase de mouvement étudié.

- La liaison 1/0 est pivot d'axe (O_0, \vec{z}_0) .
- La liaison 3/1 est pivot glissant d'axe (G_2, \vec{x}_1) .
- La liaison 2/3 est pivot d'axe (G_2, \vec{z}_0) .
- La liaison 2/0 est linéaire rectiligne de normale (I, \vec{x}_2) et de direction (I, \vec{z}_0) .

Objectif :

Détermination de la relation entre le paramètre cinématique du déplacement du piston (3) et le paramètre cinématique de la rotation de l'arbre de sortie (1).

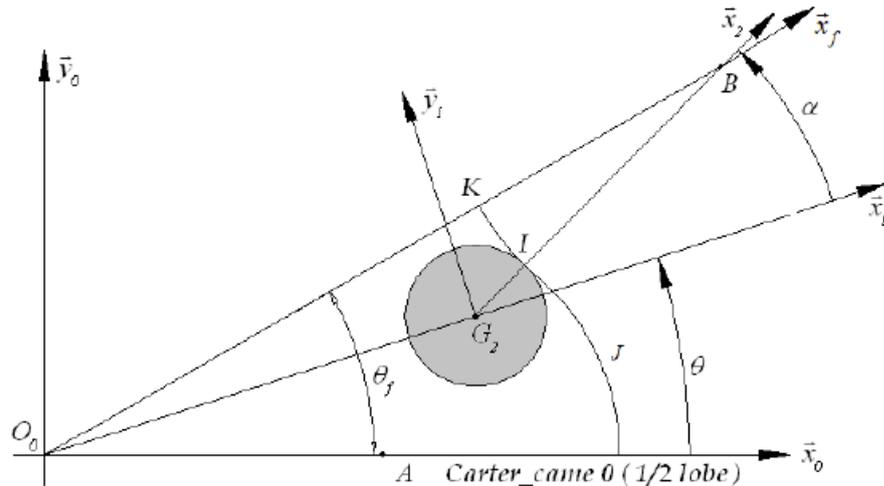


Figure 10

Méthode graphique : Répondre sur le document réponse DR2.

Question 3-1 : Sachant que le galet (2) roule sans glisser sur (0) en I, déterminer la direction de la vitesse $\vec{V}(G_2, 2/0)$.

On cherche à atteindre la vitesse angulaire $\vec{\Omega}(1/0) = +30(\text{rad/s}) \cdot \vec{z}_0$ à l'instant où $\rho = 200 \text{ mm}$.

Question 3-2 : Déterminer graphiquement la vitesse de translation du piston (3) par rapport au bloc-cylindres (1).

Méthode analytique : le problème est supposé plan

Question 3-3 : Etablir la relation entre α et θ puis montrer que

$$\rho = L \cdot \left(\cos(\theta_f - \theta) - \left(\frac{a^2}{L^2} - \sin^2(\theta_f - \theta) \right)^{1/2} \right)$$

On rappelle que le galet (2) roule sans glisser sur (0) en I.

Question 3-4 : Par fermeture cinématique au point G_2 , déterminer la vitesse angulaire $\dot{\theta}$ en fonction de $\dot{\rho}$, ρ , θ , θ_f , L et a

Détermination du degré d'hyperstaticité :

Hypothèses : Toutes les liaisons sont supposées parfaites.

Question 3-5 : *Après avoir tracé le graphe des liaisons, déterminer le degré de mobilité du système. En déduire son degré d'hyperstaticité.*

Etude statique : approche simplifiée voir figure 9

On cherche à évaluer les pressions superficielles du contact came/galet en fonction de la pression hydraulique modélisée par l'action du fluide sur le piston 3. « Ces pressions sont en fonction de l'effort qui s'exerce à la normale de celui-ci »

Hypothèses :

- Le problème sera considéré comme plan.
- Les liaisons sont supposées sans frottement
- L'action du fluide sur le piston 3 est modélisée par un glisseur en G_2 avec $\vec{F}(\text{fluide} \rightarrow 3) = F \vec{x}_1$
- L'action de la pesanteur est négligée.

Notations :

L'action de i sur j sera notée dans le cas d'un problème dans le plan (\vec{x}_1, \vec{y}_1) en un

$$\text{point } M \quad \{T(i \rightarrow j)\} = \left\{ \begin{array}{cc} X_{ij} & 0 \\ Y_{ij} & 0 \\ 0 & N_{ij} \end{array} \right\}_{M; -, -, \vec{z}_0}$$

Question 3-6 :

Ecrire les équations traduisant l'équilibre de 2 au point G_2 dans la base $(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$.

Ecrire les équations traduisant l'équilibre de 3 au point G_2 dans la base $(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$.

En déduire la relation entre l'action du fluide et l'action de la came sur le galet.

Etude dynamique :

L'objectif de cette étude est la détermination de la relation entre la pression hydraulique d'alimentation du moteur hydraulique et le couple transmissible par le rotor 1.

Données :

- I_1 moment d'inertie de 1 par rapport à l'axe (O_0, \vec{z}_1)
- la masse du galet 2 est notée m_2 , son centre d'inertie G_2 et sa matrice d'inertie en son centre

$$\text{d'inertie est } I(G_2, 2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & A_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0} .$$

- la masse du piston 3 est notée m_3 , son centre d'inertie G_3 et sa matrice d'inertie au

$$\text{point } G_2 \text{ est } I(G_2, 3) = \begin{pmatrix} A_3 & 0 & 0 \\ 0 & B_3 & 0 \\ 0 & 0 & C_3 \end{pmatrix}_{\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0} , \text{ avec } \overline{G_3 G_2} = l \vec{x}_1 . \quad l = \text{constante}$$

- Toutes les liaisons sont supposées parfaites.
- L'action du fluide, intercalé entre l'arbre 1 et le piston 3, est modélisée par un glisseur en G_2 avec $\vec{F}(\text{fluide} \rightarrow 3) = F \vec{x}_1$
- L'action extérieure exercée sur l'arbre de sortie (1) au niveau du contact entre la chaîne (3) et le pignon (9) (voir *figure 5*) est modélisée par un torseur couple $\{T_{ext} \rightarrow 1\} \left\{ \begin{array}{c} \vec{0} \\ C \cdot \vec{z}_0 \end{array} \right\}_{\forall P}$.
- **L'action de la pesanteur est négligée.**

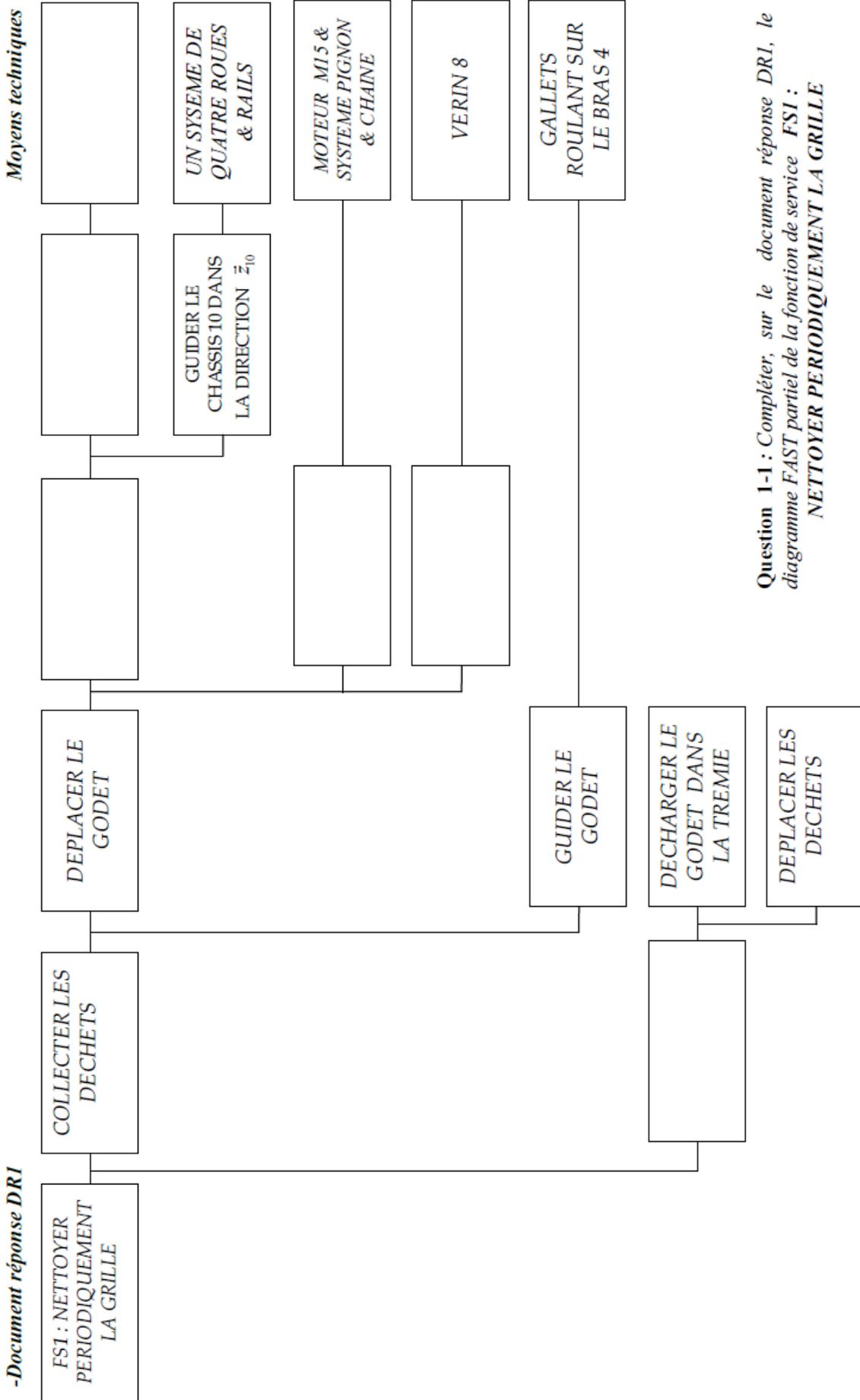
On considère l'ensemble $S = \{1, 2, 3\}$.

Question 3-7 : Justifier la forme des matrices d'inertie $I(G_2, 3)$ et $I(G_2, 2)$.

Question 3-8 : Déterminer l'énergie cinétique de l'ensemble $S = \{1, 2, 3\}$.

Question 3-9 : Par application du théorème de l'énergie cinétique à l'ensemble S dans son mouvement par rapport à (0), déterminer la relation entre F, C , les paramètres cinématiques du moteur hydraulique et $T(S/0)$ l'énergie cinétique de l'ensemble $S = \{1, 2, 3\}$.

Fin de l'énoncé !!!!



Question 1-3 :

Compléter la table de vérité :

| secteur | e_1 | e_2 | e_3 | e_4 | s_1 | s_2 | s_3 | s_4 |
|---------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 2 | | | | | | | | |
| 3 | | | | | | | | |
| 4 | | | | | | | | |
| 5 | | | | | | | | |
| 6 | | | | | | | | |
| 7 | | | | | | | | |
| 8 | | | | | | | | |
| 9 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |

Tableau de Karnaugh de S_3 :

| | | | | |
|--------------------------|--|--|--|--|
| e_1, e_2 e_3, e_4 | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |

Tableau de Karnaugh de S_4 :

| | | | | |
|--------------------------|--|--|--|--|
| e_1, e_2 e_3, e_4 | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |

Compléter les tableaux de Karnaugh ci-contre des sorties S_3 et S_4 .

Donner les équations simplifiées des sorties S_3 et S_4 .

$S_3 = \dots\dots\dots$

$S_4 = \dots\dots\dots$

Réponses aux Question 3-1 et Question 3-2 :

Echelle 1 Cm \longrightarrow 1 m/s

Justifications des tracés :

.....

.....

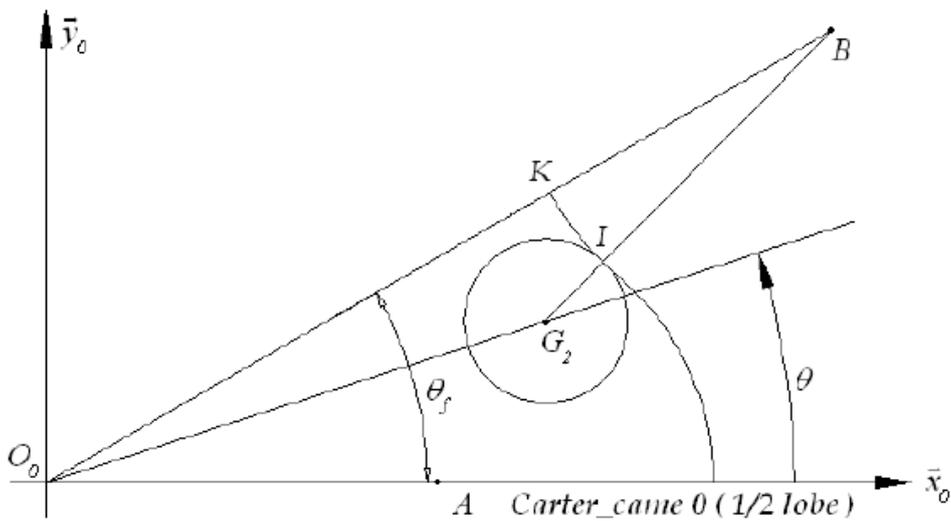
.....

.....

.....

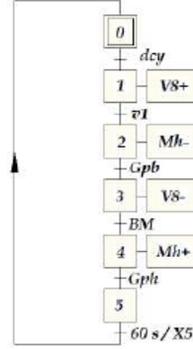
.....

.....



CORRIGE DU SUJET1: DEGRILLEUR

Question 1-2 : En utilisant le bilan des entrées/sorties, défini ci-dessous, modéliser le fonctionnement du dégrilleur à l'aide d'un grafcet.



Partie II°- Etude mécanique du dégrilleur :

Etude dynamique du dégrilleur :

Dimensionnement du vérin 8

Question 2-1 : Déterminer l'expression de la projection sur \vec{z}_{10} du moment dynamique en O_1 de l'ensemble $S = \{4, 5\}$ par rapport au châssis (10).

$$\vec{z}_{10} \cdot \vec{\delta}(O_1, S/10) = \vec{z}_{10} \cdot \vec{\delta}(O_1, 4/10) + \vec{z}_{10} \cdot \vec{\delta}(O_1, 5/10)$$

$$\vec{z}_{10} \cdot \vec{\delta}(O_1, S/10) = (I_4 + I_5 + m_5 \cdot (x_5^2 + y_5^2)) \cdot \ddot{\psi}$$

Question 2-2 : Par application du théorème du moment dynamique, déterminer l'expression littérale de l'effort F que devra fournir le vérin (8) sur l'ensemble $S = \{4, 5\}$ en fonction de F_p , des caractéristiques d'inertie, des paramètres géométriques, de l'angle (ψ) et de ses dérivées.

On isole $\Sigma = 4, 5$ on applique le TMD en O_1 en projection sur \vec{z}_{10} :

$$\vec{z}_{10} \cdot \vec{M}(O_1, \bar{S} \rightarrow S) = \vec{z}_{10} \cdot \vec{\delta}(O_1, S/10)$$

$$\vec{z}_{10} \cdot \vec{M}(O_1, \bar{S} \rightarrow S)$$

$$= \vec{z}_{10} \cdot \vec{M}(O_1, 10 \rightarrow 4) + \vec{z}_{10} \cdot \vec{M}(O_1, 8 \rightarrow 4) + \vec{z}_{10} \cdot \vec{M}(O_1, pes \rightarrow 4) + \vec{z}_{10} \cdot \vec{M}(O_1, pes \rightarrow 5) + \vec{z}_{10} \cdot \vec{M}(O_1, eau \rightarrow 4)$$

$$\mu \cdot F \cdot \sin(\psi - \delta) - y_p \cdot F_p - (m_4 \cdot y_4 + m_5 \cdot y_5) \cdot g \cdot \sin\psi + m_5 \cdot g \cdot x_5 \cdot \cos\psi = (I_4 + I_5 + m_5 \cdot (x_5^2 + y_5^2)) \cdot \ddot{\psi}$$

$$F = \frac{1}{\mu \cdot \sin(\psi - \delta)} \cdot \left[y_p \cdot F_p + (m_4 \cdot y_4 + m_5 \cdot y_5) \cdot g \cdot \sin\psi - m_5 \cdot g \cdot x_5 \cdot \cos\psi - (I_4 + I_5 + m_5 \cdot (x_5^2 + y_5^2)) \cdot \ddot{\psi} \right]$$

Question 2-3 : En exprimant la condition de non glissement en J , déterminer la relation entre ω_{12} , r et y , en déduire la relation entre ω_{12} et ω_m .

$$\vec{V}(J, 12/0) = \vec{0} \Rightarrow \vec{V}(O_{12}, 12/0) + \vec{\Omega}(12/0) \wedge \vec{O}_{12}J = \vec{0} \Rightarrow \dot{y} \cdot \vec{y}_4 + \omega_{12} \cdot \vec{z}_{10} \wedge -r \cdot \vec{x}_4 = \vec{0} \Rightarrow \dot{y} = r \cdot \omega_{12}$$

$$\text{Non glissement entre 9 et 3} \quad \dot{y} = r \cdot \omega_{12} = R \cdot \omega_m \Rightarrow \frac{\omega_{12}}{\omega_m} = \frac{R}{r}$$

Question 2-4 : Déterminer l'énergie cinétique de l'ensemble $\Sigma = \{9, 3, 5, d, 11, 12\}$ dans son mouvement par rapport au bras (4), en déduire J_{eq} , le moment d'inertie équivalent ramené à l'axe moteur.

$$T(\Sigma/4) = T(9/4) + T(5/4) + T(3/4) + T(11/4) + T(12/4) + T(d/4)$$

$$T(9/4) = \frac{1}{2} \cdot J_9 \cdot \omega_m^2 = T(11/4) ; T(d/4) = \frac{1}{2} \cdot m_d \cdot \dot{y}^2 = \frac{1}{2} \cdot m_d \cdot R^2 \cdot \omega_m^2 ; T(5/4) = \frac{1}{2} \cdot m_5 \cdot \dot{y}^2 = \frac{1}{2} \cdot m_5 \cdot R^2 \cdot \omega_m^2$$

$$T(12/4) = \frac{1}{2} \cdot \left(m_{12} + \frac{I_{12}}{r^2} \right) \cdot R^2 \cdot \omega_m^2$$

$$T(\Sigma/4) = \frac{1}{2} \cdot \left(\left(m_{12} + \frac{I_{12}}{r^2} + m_5 + m_d \right) \cdot R^2 + 2I \right) \cdot \omega_m^2 \quad \boxed{J_{\text{eq}} = \left(m_E + \frac{I_{12}}{r^2} \right) \cdot R^2 + 2I}$$

Question 2-5 : Par application du théorème de l'énergie cinétique à l'ensemble Σ dans son mouvement par rapport au bras (4) déterminer l'expression du couple moteur C_m en fonction de ω_m , J_{eq} , T_{6d} , m_E , g , R et ψ .

On isole $\Sigma = \{9, 3, 5, 11, 12, d\}$. On applique le T.E.C. $\frac{dT(\Sigma/0)}{dt} = P_{\text{ext}} + P_{\text{int}}$

$$P_{\text{int}} = 0$$

$$P_{\text{ext}} = P(\bar{\Sigma} \rightarrow \Sigma/4)$$

$$= P(0 \rightarrow 9/4) + P(0 \rightarrow 11/4) + P(0 \rightarrow 12/4) + P(\text{mot} \rightarrow 9/4) + P(6 \rightarrow d/4) + P(\text{pes} \rightarrow \Sigma/4)$$

$$P(\text{mot} \rightarrow 9/4) = C_m \cdot \omega_m ; \quad P(6 \rightarrow d/4) = T_{6d} \cdot \dot{y} = R \cdot T_{6d} \cdot \omega_m$$

$$P(\text{pes} \rightarrow \Sigma/4) = -m_E \cdot g \cdot \dot{y}_{10} \cdot \dot{y}_4 = -m_E \cdot g \cdot \dot{y} \cdot \text{Cos}\psi \quad \text{Équilibrage dynamique des solides en rotation est parfaitement réalisé}$$

$$P_{\text{ext}} = [C_m + (T_{6d} - m_E \cdot g \cdot \text{Cos}\psi) \cdot R] \cdot \omega_m$$

$$\boxed{C_m = J_{\text{eq}} \cdot \frac{d\omega_m}{dt} - (T_{6d} - m_E \cdot g \cdot \text{Cos}\psi) \cdot R}$$

Question 2-6 : Par application du théorème de la résultante dynamique à l'ensemble $E = \{5, d, 12\}$ en projection sur \vec{y}_4 , déterminer l'expression de N_{6d} l'action normale du contact des déchets avec la grille.

On isole $E = \{5, 12, d\}$. On applique le T.R.D. en projection sur \vec{y}_4

$$\vec{y}_4 \cdot \vec{R}(\bar{E} \rightarrow E) = \vec{y}_4 \cdot m_E \vec{\Gamma}(G_E/4)$$

$$\vec{y}_4 \cdot \vec{R}(\bar{E} \rightarrow E) = \vec{y}_4 \cdot \vec{R}(4 \rightarrow 5) + \vec{y}_4 \cdot \vec{R}(3 \rightarrow 5) + \vec{y}_4 \cdot \vec{R}(6 \rightarrow d) + \vec{y}_4 \cdot \vec{R}(0 \rightarrow 12) + \vec{y}_4 \cdot \vec{R}(\text{pes} \rightarrow E)$$

$$T - f \cdot N_{6d} - m_E \cdot g \cdot \text{cos}\psi = m_E \cdot \ddot{y} \quad \boxed{N_{6d} = \frac{1}{f} \cdot (T - m_E \cdot (\ddot{y} + g \cdot \text{cos}\psi))}$$

Partie III^o- Etude du moteur hydraulique 15 :

Etude cinématique :

Question 3-3 : Etablir la relation entre α et θ puis montrer que

$$\rho = L \cdot \left(\cos(\theta_f - \theta) - \left(\frac{a^2}{L^2} - \sin^2(\theta_f - \theta) \right)^{1/2} \right)$$

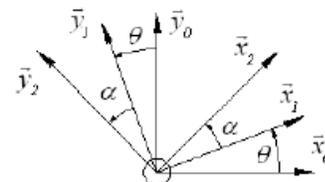
Fermeture géométrique

$$\vec{O_0B} = \vec{O_0G_2} + \vec{G_2B} \quad L \cdot \vec{x}_f = \rho \cdot \vec{x}_1 + a \cdot \vec{x}_2$$

$$L \cdot \sin(\theta_f - \theta) = a \cdot \sin\alpha ; \quad L \cdot \cos(\theta_f - \theta) = \rho + a \cdot \cos\alpha$$

$$L \cdot \cos(\theta_f - \theta) = \rho + a \cdot \sqrt{1 - \sin^2\alpha}$$

$$\rho = L \cdot \left(\cos(\theta_f - \theta) - \left(\frac{a^2}{L^2} - \sin^2(\theta_f - \theta) \right)^{1/2} \right)$$



Question 3-4 : Par fermeture cinématique au point G_2 , déterminer la vitesse angulaire $\dot{\theta}$ en fonction de $\dot{\rho}$, ρ , θ , θ_f , L et a

$$\vec{V}(G_2, 2/0) = \vec{V}(G_2, 2/3) + \vec{V}(G_2, 3/1) + \vec{V}(G_2, 1/0) \quad -R.\omega_{20}.\vec{y}_2 = \dot{\rho}.\vec{x}_1 + \rho.\dot{\theta}.\vec{y}_1$$

$$R.\omega_{20}.\sin\alpha = \dot{\rho} \quad -\tan\alpha = \frac{\dot{\rho}}{\rho.\dot{\theta}} \quad ; \quad \frac{\dot{\rho}}{\rho.\dot{\theta}} = -\frac{L.\sin(\theta_f - \theta)}{L.\cos(\theta_f - \theta) - \rho}$$

$$-R.\omega_{20}.\cos\alpha = \rho.\dot{\theta} \quad \dot{\theta} = -\dot{\rho} \cdot \frac{L.\cos(\theta_f - \theta) - \rho}{\rho.L.\sin(\theta_f - \theta)}$$

Détermination du degré d'hyperstaticité :

Hypothèses : Toutes les liaisons sont supposées parfaites.

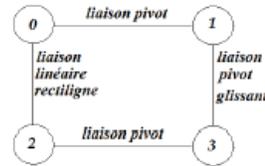
Question 3-5 : Après avoir tracé le graphe des liaisons, déterminer le degré de mobilité du système. En déduire son degré d'hyperstaticité.

$$m_u = 1 \quad h = m + I_S - E_S$$

$$m_i = 1 \quad I_S = 5 + 4 + 5 + 2 = 16$$

Rotation de la roue 2 autour de son axe. $E_S = 18$

$$m = 2 \quad h = m + I_S - E_S = 0$$



Question 3-6 :

Ecrire les équations traduisant l'équilibre de 2 au point G_2 dans la base $(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$.

$$\{T(0 \rightarrow 2)\} = \begin{Bmatrix} X_{02}.\cos\alpha & 0 \\ X_{02}.\sin\alpha & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{G_2; \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1} \quad \{T(3 \rightarrow 2)\} = \begin{Bmatrix} X_{32} & 0 \\ Y_{32} & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{G_2; \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1}$$

$$X_{02}.\cos\alpha + X_{32} = 0$$

$$X_{02}.\sin\alpha + Y_{32} = 0$$

Ecrire les équations traduisant l'équilibre de 3 au point G_2 dans la base $(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$.

$$\{T(2 \rightarrow 3)\} = \begin{Bmatrix} -X_{32} & 0 \\ -Y_{32} & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{G_2; \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1} \quad \{T(1 \rightarrow 3)\} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ Y_{13} & 0 \\ 0 & N_{31} \end{Bmatrix}_{G_2; \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1}$$

$$\{T(3 \rightarrow 2)\} = \begin{Bmatrix} F & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{G_2; \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1} \quad \begin{aligned} -X_{32} + F &= 0 \\ -Y_{32} + Y_{13} &= 0 \\ N_{31} &= 0 \end{aligned}$$

En déduire la relation entre l'action du fluide et l'action de la came sur le galet.

$$F = X_{32} : X_{32} = -X_{02}.\cos\alpha = F$$

Question 3-7 : Justifier la forme des matrices d'inertie $I(G_2, 3)$ et $I(G_2, 2)$.

$$I(G_2, 2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & A_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0}$$

2 : solide de révolution d'axe G_2, \vec{z}_0

$$I(G_2, 3) = \begin{pmatrix} A_3 & 0 & 0 \\ 0 & B_3 & 0 \\ 0 & 0 & C_3 \end{pmatrix}_{\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0}$$

3 : présente deux plans de symétrie perpendiculaires

